ycée Pilote Sfax	Devoir de synthèse N°2 Mathématiques	2-Sciences	A - S

7

Exercice 1 : (5,5 points)

$(U_n)_{n \in IN}$ est une suite arithmétique tels que $U_5 = -14$ et $U_{13} = -38$

1) a) Déterminer la raison r et le premier terme U_0 de cette suite

b) Exprimer U_n en fonction de n pour tout $n \in IN$.

c) On pose $S_n = U_0 + U_1 + \ldots\ldots U_n$, déterminer n pour que $S_n = -76$

2) Soit la suite (V_n) défini dans IN par $V_n = U_{2n} - 2n$

a) Exprimer V_n en fonction de n

b) Montrer que (V_n) est une suite arithmétique dont on précisera la raison .

c) Calculer la somme $A = V_0 + V_1 + \ldots\ldots V_{20}$

3) On pose $B = 2 + 4 + 6 + \ldots\ldots + 40$ et $C = U_0 + U_2 + U_4 + \ldots\ldots + U_{40}$

Calculer B , en déduire la valeur de C .

Exercice 2 : (2,5points)

Soit le polynôme P défini dans IR par $P(x) = x^3 + 5x^2 - 17x - 21$

1) Soit n un entier supérieure ou égal à 3 . Montrer que si $P(n) = 0$ alors n est un diviseur de 21

2) Résoudre alors dans IR l'équation $P(x) = 0$

Exercice 3 : (7points)

Soit l'application $f : [0,\pi] \longrightarrow IR : x \longmapsto f(x) = -\cos^2 x + \cos x \sin x - 1$

1) Calculer $f(\frac{\pi}{3})$ et $f(\frac{3\pi}{4})$

2) Soit α un élément de $[0,\pi]$ tel que $tg\,\alpha = -2\sqrt{6}$, calculer $\cos\alpha$ en déduire $f(\alpha)$

3) Résoudre dans $[0,\pi]$, l'équation $f(x) = -1$

4) Vérifier que $\cos\frac{5\pi}{8} = -\cos\frac{3\pi}{8}$ et $\sin\frac{5\pi}{8} = \sin\frac{3\pi}{8}$, calculer alors $f(\frac{\pi}{8}) + f(\frac{5\pi}{8})$

5) a) Montrer que pour tout x élément de $[0,\pi] \setminus \{\frac{\pi}{2}\}$, $f(x) = \dfrac{-tg^2x + tgx - 2}{1 - tg^2x}$

b)) Montrer que pour tout x un élément de $[0,\pi]$, $f(x) < 0$

Exercice 4 : (5 points)

Soient ACDE un carré direct de côté a et B le point tel que ABC est un triangle équilatéral (le point B est pris à l'intérieur du carré) . On désigne par H le milieu du segment $[ED]$

1) Montrer que $BH = \frac{a}{2}(2 - \sqrt{3})$

2) Montrer que $BE = a\sqrt{2 - \sqrt{3}}$

3) Montrer que $\widehat{AEB} = \frac{5\pi}{12}$ puis calculer $\sin\frac{5\pi}{12}$, en déduire $\cos\frac{\pi}{12}$.

4) Soit I le symétrique de B par rapport à (AC) , on désigne par r la rotation directe de centre I et d'angle $\frac{\pi}{3}$

a) Montrer que $r(C) = A$

b) Construire le point $J = r(B)$

c) Montrer que A est le milieu du segment $[CJ]$